

DOI: 10.20913/2618-7515-2021-4-21
УДК 37

Помощь ученикам в решении математических задач

Агазаде Шахин Мутариф оглы

Бакинский государственный университет

Азербайджанский государственный педагогический университет

Баку, Азербайджан

e-mail: shahinaghazade@bsu.edu.az

Аннотация. В работе содержатся результаты исследования, проведенного с целью устранения проблем учеников по решению математических задач на уроках математики в средних школах Республики Азербайджан. В ходе исследования в двух семинарах приняли участие три педагога-психолога, 20 студентов Бакинского государственного университета и 62 учащихся двух школ. Студенты, участвовавшие в опросе, на семинарах обсудили ответы учеников и сделали различные выводы.

Ключевые слова: математика, математическое образование, решение проблем, навык решения проблем

Все люди знают, что образование является обязательным условием для развития любой страны, потому что в современном мире конкурентоспособность стран почти полностью зависит от науки и технологий. Страны нуждаются в квалифицированных кадрах, чтобы выиграть это противостояние. Воспитание и обучение таких людей возможно только с помощью образования.

Чтобы страна занимала лидирующие позиции в науке и технологиях, она должна быть передовой в математике, которая считается «матерью наук». Как образ мышления и универсальный язык математика является незаменимой областью для личности, общества, науки и технологий в современном развивающемся мире. В быстро развивающемся и меняющемся мире математика, которая обычно кажется скучной, непопулярной и абстрактной областью для учеников, играет главную роль.

Успех в образовании обеспечивает множество преимуществ для общества. Достижения в этой области позволяют вырастить поколение людей, проявляющих интерес к математике и обладающих математической системой мышления. По этой причине в последние годы проведены исследования, связанные с проблемами обучения и преподавания математики. Необходимость изучения математики как области, формирующей качества высокого уровня, такие как анализ, ум, общение, обобщение, творческое и независимое мышление, которые важны не только в науке и технике, но и в повседневной и профессиональной жизни, является определенным фактом.

В последние годы в области образования часто используется конструктивистский подход, при ко-

тором учитель не передает учащемуся информацию напрямую, а создает среду, где учащийся сам стремится получить необходимую и интересующую его информацию. Министерство образования Республики Азербайджан в плане преподавания начальной математики выдвинуло конструктивистский подход на передовое место. Этот подход не зависит от специальности школы и языка, на котором ведется обучение, другими словами, правила одинаковы для всех.

Цель математического преподавания состоит в том, чтобы воспитать людей, которые решают проблемы, рассуждают о них, а не людей, которые выполняют математические операции с помощью зубрежки и механического повторения. Здесь для повышения качества преподавания математики необходимо, чтобы ученики сами проявляли активность. Это изменение эффективно в решении проблем, которые являются центральной и самой сложной частью в изучении математики.

В новом учебном плане решение проблем связано почти с каждой темой, а ученики старались быть более активными в процессе решения проблем. В качестве основы решения проблем взята реальная жизнь. Это было сделано с той целью, чтобы ученики поняли, как математика используется в реальной жизни и насколько важна ее роль. Несмотря на то что тип подхода к решению математических вопросов остается классическим, в текущем процессе обучения просто меняется стиль его рассмотрения.

Наше общество нуждается в личностях, которые смогут решать повседневные проблемы. Организация National Council of Teachers of Mathematics

(NCTM, 2000) определила важность решения проблем в математическом образовании так: ученик может получить больше информации о задачах и понятиях, связанных с математическими проблемами, которые он решил под руководством учителя; кроме того, изучая методы решения проблем, он с легкостью может применять их в различных жизненных ситуациях. *Цель* – напомнить ученикам старших классов и учителям средних общеобразовательных школ об умении математически мыслить, потому что сохранились основы классических методов обучения с конца прошлого столетия. *Способ*. На данный момент такого рода семинары проводятся лишь в нескольких школах, хотя организация таких семинаров в других школах могла бы стать положительным фактором для учреждений. Учебные пособия, основанные на технологиях, способствуют эффективному решению некоторых проблем геометрии на уроках, особенно в некоторых лицеях города Баку.

Исследование показало, что учебник А. В. Погорелова «Геометрия 7–11», который ранее не считался классическим, универсален. Так как исследование совпало с проведением педагогической практикой студентов в школах, наши выступления проходили при участии школьников 10–11-го классов и педагогов высших школ. Чтобы помочь понять значение математических задач, необходимо основательно просмотреть следующие положения:

- с точки зрения религии и образования образование следует воспринимать как активное мышление человека и креативную деятельность;
- математическая задача – аспект, который путает человеческий ум, заставляет его много думать и порождает неуверенность;
- традиционная религиозная концепция, вера в моральные устои являются синонимом «затопления» человеческого сознания;
- такая вера убивает попытку человеческого мышления обрести какую-либо мысль.

По мнению В. Bloom, математическая задача – это форма, которая ставит определенные открытые вопросы, привлекает человеческое внимание и имеет достаточно алгоритмов и методов для того, чтобы ответить на эти вопросы.

Анализируя вышеприведенные положения, отметим, что подход к проблеме в математическом образовании должен быть таким, чтобы не запутывать ученика. Для этого вначале требуется провести практический эксперимент. Задача, которая может быть очень легкой и простой для одного ученика, станет серьезной проблемой для другого. Например, задача, которая для ученика 8-го класса является довольно легкой, для ученика первого класса чрезвычайно сложна. Одна и та же задача может быть сложной или простой и для учеников

одного возраста. Кроме того, следует понимать, что если на практических занятиях учитель даст решать ученикам задачу, которую разбирали на теоретических, то нельзя сказать, что этот учитель полностью решил задачу, поскольку для учеников в таком случае нет ничего нового, это можно назвать лишь повторением изученного материала.

Результаты исследования. В целом математические задачи делятся на повседневные и неповседневные. С повседневными задачами дети сталкиваются, когда начинают учиться в начальной школе и при изучении их решений овладевают такими основными навыками, как написание, проведение операций, предоставление результатов, сравнение разницы в результатах, а также составление и решение аналогичных задач. Однако А. Bottge отмечает, что ученик, который не занят ежедневной интуитивной работой, просто зря теряет время.

Решение повседневной математической задачи направлено на развитие навыка результативности и умения строить взаимосвязи между темами, не имеет целью учитывать разнообразие, интерпретацию и применение рассматриваемых задач. В новом учебном плане при составлении учебников, а также дополнительных образовательных курсов в список вопросов с единственным правильным ответом включено следующее: нерешенные задачи; задачи с многочисленными решениями; задачи, имеющие неполное или бесконечное число решений; задачи, требующие применения одной формулы; задачи, не имеющие числовых данных; задачи, требующие формы или рисунки; тесты ситуационного типа, применяемые в реальной жизни; задачи на сбор данных и требующие проведения исследований вне курса; задачи, требующие описания таблиц и графиков. Различные виды задач помогут ученикам накопить жизненный опыт и реализовывать жизненно важные математические ситуации.

Неповседневные задачи в жизни не встречаются (например, как наполнить водой 4-литровый сосуд, используя 8-, 5- и 3-литровые сосуды). Эти задачи не повседневные, однако решение таких задач с учетом возраста и уровня знаний детей в начальном образовании вносит важный вклад в достижение ожидаемых целей, а также развивает навыки самостоятельного мышления, формирует привычки и творчество.

Учителя должны высоко оценивать составленные учащимися задачи, которые способствуют развитию творчества учеников, однако учителю необходимо анализировать результат творчества учеников. Приведем задачи, придуманные учениками.

Задача 1. Когда родилась бабушка, дедушке было 2 года. Определите возраст бабушки, если

сумма возраста бабушки и дедушки равна 140 лет.

Задача 2. Пусть в один дом в течение установленных 16 часов с одинаковыми интервалами приходит четыре раза врач, 8 раз сосед и 16 раз мастер. Сколько раз в течение дня все трое войдут в дом вместе?

Из-за проблемных частей первой и второй задачи учитель не должен принимать их. Проблема первой задачи в том, что возраст бабушки и дедушки уменьшается до детского, что может привести к психологическим ситуационным проблемам восприятия и отношения детей к пожилому поколению. Проблема второй задачи в том, что на учениках может негативно сказаться тот факт, что в один дом в течение одного дня приходит столько людей различных профессий.

Как правило, ученики придумывают математические задачи при помощи учителя и учебников. При этом исследователи математического образования подчеркивают воспитательную значимость процесса составления учениками математической задачи и предлагают пользоваться этим в школах и на математических курсах. Таким образом, решая задачи, требующие высокого уровня умственной деятельности, ученики будут развивать свои интеллектуальные способности и навыки решения задач.

По мнению К. Р. Е. Gravemeijer, преподавание математики должно начинаться с проблем, возникающих в реальной жизни, где для решения одной проблемы проводятся некоторые исследования и находятся формулы, проводятся эксперименты, преодолеваются определенные пути для решения проблемы [10], а исследование должно состоять в изучении процессов решения задач и примеров. Ученикам необходимо самостоятельно добывать математические данные.

Решение задач является составной частью математических программ. В процессе решения учащимися задач происходит осознание математических знаний и выработка умения определения их связей. Поэтому решение проблем является одной из неотъемлемых частей преподавания математики и математических программ, кроме того, математический язык является составной частью элементов, развивающих логику.

На каждом этапе системы образования ставятся различные задачи для повышения качества математического образования. Некоторые из этих целей заключаются в том, чтобы ученики овладели математическими понятиями, навыками решения задач, почувствовали уверенность и отнеслись к математике с позитивом.

На повышение математических знаний и достижение определенной цели влияют различные факторы. Одним из них является вера учеников и учителей в связь между природой математи-

ки и его преподаванием. Обучение для ученика и преподавание для учителя – психологический процесс. Совершенствование преподавания математики зависит от того, как ее изучают ученики. Существует связь между определенными факторами и решением проблемы успеха студентов. R. Charles, F. Lester исследовали эти связи и выделили следующие факторы, влияющие на повышение математических знаний: когнитивные, аффективные и опытные.

Когнитивные факторы включают познавательные факторы, влияющие на процесс решения проблемы, освоение математических понятий, формирование логического мышления и развитие силы мышления, памяти, вычислительных навыков и прогнозирования. К аффективным факторам относятся готовность к решению проблемы, уверенность в себе, стресс и беспокойство, неопределенность, терпение и настойчивость, интерес к решению проблем или проблемным ситуациям, мотивация, готовность проявить успех, желание, чтобы учитель был доволен. Опытный фактор включает сталкивание с проблемами в некоторых факторах, использование заранее подготовленной стратегии для решения определенных проблем и умение решать проблемы, похожие на решенные ранее.

Однако ошибочно полагать, что те, кто обладает когнитивными и аффективными характеристиками, будут хорошо решать проблемы, а те, кто ими не обладает, плохо. Важны и личные характеристики (гены). Вместе с тем следует проводить исследования с целью определения способов повышения этих характеристик у школьников. Главная помощь в этом – способствовать активности учащегося в процессе решения задачи под руководством учителя.

В XX веке в Азербайджане учителя математики уделяли основное внимание совершенствованию содержания школьной программы и составления инструкций. Сейчас благодаря обновляемым ИКТ-технологиям обучение находится на более продвинутом этапе по сравнению с прошлым веком. Ученики формулируют свои математические знания и навыки на основе своего опыта. Поэтому учителя вместо того, чтобы передавать математические знания ученикам напрямую, организуют учебную среду и тем самым обеспечивают активное участие учащихся в процессе обучения. Популярными в нашей стране, изначально традиционные методы математического преподавания, в которых ученик пассивен, приводят к минимизации достижений учащихся. Эта ситуация делает необходимым, чтобы исследователи подготавливали учебные материалы, побуждающие учеников к активности в процессе математического преподавания, а также применяли и оценивали усовер-

шенствованные учебные материалы. Создание новых учебных ресурсов и совершенствование имеющихся – важная работа, которая ложится на плечи учителей и выполняется ведущими организациями.

Метод решения проблемы. В отличие от других предметов у математики нет общего метода решения задач, но есть систематические пути продвижения. Последовательность этапов решения может быть разной даже при решении одной и той же задачи. Самый распространенный метод – это четырехэтапный процесс Поляны, который включает следующие моменты: понять проблему, выбрать соответствующую стратегию, применить выбранную стратегию, оценить этапы решения. Методом Поляны пользовались разные ученые и некоторые из них по-разному выражают ее этапы. В целом можно сказать, что все шаги более или менее одинаковы.

I. На этапе *понимания поставленной задачи* ставятся два вопроса:

- что задано в задаче?
- что требуется?

С помощью следующих вопросов учитель может проверить, понял ли ученик задачу:

- данных в задаче много или мало?
- можно ли сделать рисунок или составить диаграмму в соответствии с условиями задачи?
- можно ли разделить задачу на подзадачи?

II. На этапе *выбора стратегии решения* возникают следующие вопросы:

- что нужно, чтобы решить данную задачу?
- какая информация дается и что вы помните о нужных данных для решения заданной задачи?
- решали ли вы ранее проблему, похожую на заданную? Если да, то помните ли вы, как вы ее решали?

– если вы не можете решить задачу, сможете ли вы решить ее, если поменяете в ней названия объектов?

– важны ли дизайнерские работы в решении задачи?

– возможно ли приблизительно вычислить ответ заданной задачи?

III. На этапе *реализации выбранной стратегии* необходимо постараться решить задачу с помощью выбранной стратегии. Выясняется, какую помощь могут оказать алгебраические операции на этом этапе.

IV. *Оценка решения.* На этом этапе проверяется правильность и объективность полученных результатов, проверяется, правильно или нет выбрана стратегия, обсуждается возможность решения похожих задач, выясняется возможность существования другого решения заданной задачи. В конце следует показать, почему для решения данной задачи была выбрана используемая стра-

тегия и отметить новые пути решения, возникшие в результате решения.

Навыки решения задачи. Ожидается, что при решении задач будут развиваться талант и навыки. Навык понимания задачи, навык выбора соответствующей стратегии для ее решения, умение применять выбранную стратегию и интерпретировать полученные результаты вместе составляют навык решения задачи. Человек, овладевший этими навыками, сможет объяснять процессы в человеческой среде с помощью какого-либо подхода, что в дальнейшем превратится в привычку. Основной целью преподавания решения задач должно быть обучение навыку решать задачи.

Развитие науки и техники побуждает людей приспосабливаться к новым ситуациям, поэтому главной целью образования является развитие навыка решения проблем у учащихся. Успех учащихся в решении проблемы зависит от развития их навыка решения проблемы. Если ученик хочет овладеть индивидуальной способностью решения задач, то, в первую очередь, для него должны быть созданы условия, в которых он сможет изучить процесс решения задач и применить полученные знания. Чтобы достичь цели, ученик должен сравнить решаемые им задачи с различными и жизненно важными проблемами, а процесс решения должен протекать индивидуально.

Выводы. Чтобы достичь поставленной цели в решении математических задач, в 2019–2020 гг. были рассмотрены следующие моменты: определить различные проблемы, с которыми ученики сталкиваются при решении задач; определить, насколько необходимым для успеха является умение решать задачи; определить связь между студентами, которые поняли методы решения задач, со школьниками, которые их не поняли; определить, насколько подходит заранее продуманная атмосфера при решении задач для нынешних школ. Сделанные репортажи с участием школьников и студентов позволили выявить проблемы, которые вызывают наибольшие трудности.

В целом было установлено, что ученики хотят незамедлительно получить результаты при решении задач. Усложнение проблемы или удлинение процесса решения задачи послужило причиной того, что ученики бросили процесс решения задачи, кроме того, у учеников возникло негативное отношение к решению задач. Большинство из тех, кто уделяет решению проблемы мало времени – это либо те, кто не пользуется этапами решения проблем, либо те, кто не достиг больших успехов в математике. Было замечено, что неуверенные в себе школьники не заинтересованы в математике и решении проблем. Большинство студентов, которые признались, что испытывают трудности

при решении проблемы, отметили, что при прочтении заданной задачи либо не поняли причину этой проблемы, либо не подумали о том, как ее решать. Большинство испытывающих проблемы при решении – это те, кто не выучил или не учел некоторые тонкости, необходимые для решения. Кроме того, ученики, имеющие проблемы с алгеброй и геометрией, не хотят решать проблемы. Ученики сказали, что они получают большое удовольствие от совместной работы с учителями и вследствие чего испытывают положительные чувства как к математике, так и решению проблемы. Ученикам со средней степенью успеха в решении задач больше нравятся тесты.

Общие характеристики учеников, которые любят решать проблемы, добиваются в этом успеха и обладают навыками решения проблем, следующие: стараются понять задачу, очень хорошо используют этапы решения задач, терпеливые, уверенные в себе. Такие психологические аспекты, как отношение учеников к учителям математики, волнение и др., влияют на процесс обучения в целом.

Предложение. Для того чтобы сформировать у учащихся математическое мышление, необходимо в первую очередь решать реальные жизненные проблемы. Этапы решения проблем в реальной жизни должны быть связаны с решениями математических проблем с помощью вычисления, применения и использования различных методов, способов и путей. Решение проблем требует от учеников выполнения четырех операций, поэтому задачи должны обладать следующими свойствами:

- задачи должны быть составлены на основе повседневной семейно-домашней жизни, школьной жизни учеников, на основе их окружающей мира, людей и профессий;

- задача должна побуждать учеников к ее решению;

- учителю необходимо уделять постоянное внимание повседневной жизни учеников и быть уверенным, что процедуры, которые будут использованы в решении задач, заранее объяснены ученикам и поняты ими;

- чтобы ученики поняли процедуры, следует проследить, чтобы задачи были очень легкими, а задачи в конце главы или темы должны быть расположены от простой до сложной;

- задаваемые ученикам задачи должны соответствовать их уровню развития;

- ученикам необходимо привыкнуть к тому, что в классе им могут задать большое количество задач;

- задачи должны быть понятны настолько, насколько это нужно, и, кроме того, важно предлагать учащимся какой-либо объем информации.

Цель математического преподавания и общие принципы, которые будут использованы в преподавании, должны учитываться на каждом этапе математического преподавания. Начинать изучать математику следует очень рано, так как все сферы либо имеют математическую основу, либо используют ее методы; поэтому недостатки старых преподаваемых программ, в которых требовалось только сухое решение, необходимо устранить. Эта ситуация должна всегда быть актуальной и на каждом этапе следует проводить измерения и оценки.

В преподавании математики должны учитываться эффективные особенности, а у учеников следует развивать положительное отношение к математике и уроку математики. Отрицательное отношение учеников к математике в немалой степени зависит от учительского отношения. По этой причине все работы, проводимые в классе, должны соответствовать уровню знаний учеников, и учителям необходимо быть очень внимательными по отношению к ученикам, активными; чтобы формировать уверенность учеников в себе, им следует давать ответственные поручения, с которыми они смогут справиться. Кроме того, им нужно предоставлять активную роль в процессе обучения.

Только тогда, когда ученики будут достигать успехов в процессе решения задач, будут чувствовать, что их старания при решении задач ценятся, их уверенность в том, что они могут решать математические проблемы, возрастет, и они будут любить заниматься математикой. Учителя должны объяснять ученикам, как им этого добиться, как начать получать удовольствие от обучения. Другими словами, вместо того, чтобы обучать учеников решать задачи, учителя должны обучать их решать проблемы, чтобы овладеть навыком решения задач. Для этого необходимо понять суть проблемы и определить этапы его решения. Для достижения успешности процесса необходимо, чтобы треугольник сотрудничества «школа – семья – учащийся» был полным.