Профессиональное образование в современном мире. 2020. Т. 10, №4, С. 4310–4320 DOI: 10.20913/2618-7515-2020-4-15 ISSN 2224–1841 (печатный) © 2020 ФГБОУ ВО Новосибирский ГАУ

Professional education in the modern world, 2020, vol. 10, no. 4. p. 4310–4320 DOI: 10.20913/2618-7515-2020-4-15 ISSN 2224–1841 (print) © 2020 Federal State State-Funded Higher Institution Novosibirsk State Agrarian University

УДК 37.1054

# НЕКОТОРЫЕ ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

#### М. И. Джумаев

Ташкентский государственный педагогический университет им. Низами Ташкент, Узбекистан e-mail: mamanazaruz@bk.ru

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы построения правильных вписанных многоугольников, имеющие важное научное и практическое значение. В результате решения таких задач возникают новообразования, формируются новые системы связей, новые свойства, качества ума (гибкость, глубина, осознанность), знаменующие собой прогрессивный сдвиг в умственном развитии. Вот почему воздействие математического обучения направлено на эту сторону психики. Чтобы повысить его развивающий эффект, необходимо учитывать специфику мышления, соотношение возрастных и индивидуальных психических особенностей школьников. Рассмотрим теперь проблему гуманитаризации высшего образования. Гуманитаризация предполагает прежде всего приобщение молодого человека к гуманитарной культуре человечества. Другими словами, гуманитаризация обычно рассматривается как дополнительный и необходимый компонент профессионального образования. Автор обращает внимание на вопросы гуманитаризации математического образования Узбекистана в целях дальнейшего совершенствования системы преподавания математической науки на всех уровнях образования, поддержки эффективного труда педагогов, расширения масштаба и повышения практической значимости научно-исследовательских работ, укрепления связей с международным сообществом.

Ключевые слова: построение, проблема, история математики, геометрия, фигура.

Для цитаты: Джумаев М. И. Некоторые психолого-педагогические принципы математического образования // Профессиональное образование в современном мире. 2020. Т. 10, №4. С. 4310–4320. DOI: https://doi.org/10.20913/2618-7515-2020-4-15

DOI: 10.20913/2618-7515-2020-4-15

# SOME PSYCHOLOGICAL AND PEDAGOGICAL PRINCIPLES OF MATHEMATICAL EDUCATION

Jumaev, M. I.

Nizami Tashkent State Pedagogical University Tashkent, Uzbekistan e-mail: mamanazaruz@bk.ru

Abstract. The article deals with the construction of regular inscribed polygons, which are of great scientific and practical importance. As a result of solving such problems, new formations arise, new systems of connections are formed, new properties, qualities of the mind (flexibility, depth, awareness), which mark a progressive shift in mental development. This is why the effect of math training is directed at this side of the psyche. To increase its developing effect, it is necessary to take into account the specifics of thinking, the ratio of age and individual mental characteristics of schoolchildren. Let us now consider the problem of humanizing higher education. Humanitarianization presupposes, first of all, the introduction of a young person to the humanitarian culture of mankind. In other words, humanitarization is usually seen as an additional and necessary component of professional education. The author draws attention to the issues of humanitarization of mathematical education in Uzbekistan for further improving the system of teaching mathematical science at all levels of education, support the effective work of teachers, expand the scale and increase the practical significance of research, and strengthen ties with the international community.

**Keywords:** *mathematical education, problem-solving principle, history of mathematics, geometry, polygon.* 

**For quote:** Jumaev, M. I. [Some psychological and pedagogical principles of mathematical education]. Professional education in the modern world, 2020, vol. 10, no. 4, pp. 4310–4320. DOI: https://doi.org/10.20913/2618-7515-2020-4-15

**Введение.** Цель Стратегии действий по пяти приоритетным направлениям развития Республики Узбекистан, рассчитанной на 2017—2021 гг., — повышение эффективности проводимых реформ, создание условий для обеспечения всестороннего и ускоренного развития государства и общества, реализация приоритетных направлений по модернизации страны и либерализация всех сфер жизни.

Как отмечается в документе, всесторонний анализ пройденного Узбекистаном этапа независимого развития, а также изменяющаяся конъюнктура мировой экономики в условиях глобализации требуют выработки и реализации «кардинально новых идей и принципов дальнейшего устойчивого и опережающего развития страны» [2].

Стратегия действий будет реализована в пять этапов, каждый из которых предусматривает утверждение отдельной ежегодной Государственной программы по ее реализации в соответствии с объявляемым наименованием года. Развитие социальной сферы будет нацелено на последовательное повышение занятости и реализацию программ по развитию образования, культуры, науки, литературы, искусства и спорта, на совершенствование государственной молодежной политики.

В «Год развития науки, просвещения и цифровой экономики» математика определена одним из приоритетных направлений развития науки Узбекистана в 2020 г., особый интерес вызывают вопросы математического образования. Им необходимо уделить особое внимание в целях дальнейшего совершенствования системы преподавания математической науки на всех уровнях образования, поддержки эффективного труда педагогов, расширения масштаба и повышения практической значимости научно-исследовательских работ, укрепления связей с международным сообществом, а также исполнения задач, определенных в Государственной программе по реализации Стратегии действий по пяти приоритетным направлениям развития Республики Узбекистан в 2017–2021 гг.

За истекший период проведен ряд системных работ, направленных на поднятие математического образования и науки на качественно новый уровень:

- созданы необходимые условия для приглашения наших соотечественников ученых-математиков, работающих в передовых научных центрах, и проведения международных научных исследований;
- внедрена система стимулирования труда молодежи, победившей на международных предметных олимпиадах, а также ее учителей и наставников;
- в целях обеспечения взаимной интеграции высшего образования и научных исследований в области математики за счет бюджетных средств закуплены суперкомпьютеры, современная техника и оборудование;
- в качестве начального этапа подготовки кадров научного уровня внедрен институт стажеровсоискателей;
- в целях оперативного решения приоритетных вопросов в области науки, определения на уровне правительства вопросов усиления интеграции науки, образования и производства под председательством премьер-министра Республики Узбекистан организован Республиканский совет по науке и технологиям.

Вместе с тем ряд нерешенных вопросов указывает на необходимость реализации мер, направленных на повышение качества образования и эффективности научных исследований в данной области. В частности:

- не полностью обеспечена преемственность между уровнями образования по математике;
- учебники по математике в общеобразовательных школах состоят из сложных задач, затрудняющих овладение предметом, не учитывают возраст учащихся и не согласованы с темами по другим предметам;
- несмотря на то, что большинство талантливых молодых людей, проявляющих интерес к математике, победителей международных олимпиад являются представителями регионов, в сфере высшего образования и науки не созданы необходимые условия для их будущего развития;
  - остается слабой связь научных исследований, практики и производства в области математики;
- связи ученых-математиков с зарубежными научными и образовательными учреждениями недостаточны для поднятия отечественной математики на международный уровень, повышения ее авторитета в международном сообществе.

**Постановка задачи.** Президент Узбекистана Шавкат Мирзиёев отметил: «Математика у нас в крови. Но за последние 20 лет уровень знаний в этой науке снизился. Поскольку мы не уделяли учителям

должного внимания, не дали им достойную зарплату, не поставили перед ними конкретную цель. Последствия этого сейчас ощущаются во многих сфера. Сегодня наша цель в развитии данной области создать конкурентную среду по математике» [3].

Для формирования математического сознания с самого раннего возраста в Узбекистане создается система, в которой Институт математики будет координировать преподавание математики в дошкольных образовательных организациях, школах и вузах.

«Невозможно ускорить развитие математики вчерашней методикой преподавания. Поэтому необходимо переподготовить учителей путем создания образовательных программ на основе хорошо зарекомендовавшей себя зарубежной практики. Методология должна быть такой, чтобы она пробуждала у детей любовь к математике. Учащиеся должны понимать, что эта наука нужна в жизни, в каждой сфере», — подчеркнул президент.

В целях дальнейшего совершенствования системы преподавания математической науки на всех уровнях образования, поддержки эффективного труда педагогов, расширения масштаба и повышения практической значимости научно-исследовательских работ, укрепления связей с международным сообществом, а также исполнения задач, определенных в Государственной программе по реализации Стратегии действий по пяти приоритетным направлениям развития Республики Узбекистан в 2017–2021 гг. в «Год развития науки, просвещения и цифровой экономики», определить приоритетными направлениями повышения качества образования, развития научных исследований и внедрения в практику научных разработок в области математики:

- формирование целостной системы, обеспечивающей тесное сотрудничество между дошкольными, общими средними, средними специальными, профессиональными, высшими образовательными и научными учреждениями;
- внедрение на основе передового зарубежного опыта современных педагогических технологий по формированию начальных математических представлений у детей дошкольного возраста;
- повышение качества преподавания математических наук в общеобразовательных и средних специальных образовательных учреждениях, развитие в регионах деятельности специализированных школ с углубленным изучением математики, а также создание новых школ;
- развитие системы подготовки и переподготовки кадров-математиков, в частности в школах, расположенных в сельской местности, совершенствование учебников и учебных пособий по математике;
- выявление талантливой молодежи, обеспечение ее успешного участия в республиканских и международных олимпиадах по математике и завоевания ею призовых мест;
- создание и внедрение в практику образовательной онлайн-платформы, повышение эффективности системы дистанционного образования, внедрение механизмов обеспечения прозрачности системы оценки;
- внедрение Национальной системы сертификации по оценке уровня знаний по математике, увеличение занятий и повышение качества образования по математике в соответствующих направлениях и специальностях высшего образования;
- обеспечение непрерывной связи с производством научных исследований в области математики, развитие прикладной математики и разработка математических решений на основе моделирования проблем в отраслях экономики;
- поддержка талантливой молодежи, обучающейся и занимающейся научными исследованиями, развитие связей с зарубежными высшими образовательными учреждениями и научными организациями в области математики;
- поэтапное доведение научных и образовательных организаций нашей страны до уровня ведущих мировых научных центров по математике.

Обсуждение и результаты. Можно выделить ряд психолого-педагогических принципов, являющихся важными компонентами системы развивающего обучения, оказывающего значительное воздействие на интеллектуальное развитие учащихся. Проблемный принцип, отвечает специфике задачи по построению правильных вписанных и описанных многоугольников, его направленность на открытие новых знаний является основным ведущим принципом развивающего обучения.

Проблемным называется обучение, при котором усвоение знаний и начальный этап формирования интеллектуальных навыков происходят в процессе относительно самостоятельного решения системы задач-проблем, протекающего под руководством учителя. Об умственных способностях человека судят не потому, что он может сделать на основе подражания, усвоить в результате подобного, развернутого объяснения. Ум человека проявляется в относительно самостоятельном приобретении, «открытии» новых для себя знаний, в широте переноса этих знаний в новые ситуации при решении нестандартных для него задач. В этой стороне психики находят свое выражение задачи по построению правильных

вписанных и описанных многоугольников, его особенности проявляются в формирующихся у человека качествах ума, определяя уровень и специфику обучаемости личности.

В результате задачи по построению правильных вписанных и описанных многоугольников возникают новообразования, формируются новые системы связей, новые свойства, качества ума (гибкость, глубина, осознанность и т.д.), знаменующие собой сдвиг в умственном развитии. Вот почему воздействие обучения направлено на эту сторону психики. Чтобы повысить его развивающий эффект, необходимо учитывать специфику мышления, соотношение возрастных и индивидуальных психических особенностей школьников.

Рассмотрим задачи по построению правильных вписанных и описанных многоугольников точными методами (рис 1.).

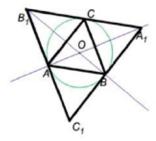


Рис. 1

Свойства правильных вписанных *треугольников и шестиугольников* (рис. 1) использовал еще Гиппократ Хиосский (V в. до н. э.) при своем решении знаменитой задачи о *квадратуре круга*. Впоследствии он занялся исследованием проблемы квадрируемых фигур, носящих его имя (*пуночки Гиппократа*), т. е. их площади выражаются рациональными числами. Построение правильного вписанного в окружность *шестиугольника* с исчерпывающим доказательством дано в «Началах» Евклида. Очевидно, вершины, соединенные хордами окружности через одну, образуют правильный треугольник (рис. 2).

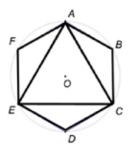


Рис. 2

Если же соединить последовательно все его вершины, то получим шестиугольник, который всегда привлекал внимание в теоретических разработках и практических руководствах ученых благодаря простоте построения и интересным свойствам. К их числу, в частности, относится, тот факт, что квадрат его меньшей диагонали в три раза больше квадрата стороны В эпоху Возрождения ученые заметили, что фигуры в виде правильного шестиугольника встречаются в природе. Л.Б. Альберти (1404—1472) писал о том, что «... природу радует шестиугольник ..., а потому пчелы и все другие насекомые умеют строить только шестиугольные ячейки в своих сотах» [32, с. 217].

Задачу построения правильного шестиугольника А. Дюрер (1471–1529) считал наиболее легкой ввиду того, что его можно построить *циркулем постоянного раствора*. Такой шестиугольник стал объектом исследований И. Кеплера (1671–1630). Рассуждая о том, почему снежинки имеют такую форму, он отметил ряд свойств шестиугольника: плоскость можно построить без зазоров и наложений лишь правильными треугольниками, квадратами и шестиугольниками.

При этом среди них лишь последний покрывает наибольшую площадь. Заметим, что «первооткрывателями» этой особенности были пифагорейцы (VI в. до н. э.). Далее, среди всех правильных фигур шестиугольник — это первая, из которых нельзя составить объемное тело [21, с. 5–32]. В трактате «Стереометрия винных бочек» [21] И. Кеплер ссылается на Архимеда (287–212 гг. до н. э.), показавшего, что отношение длины окружности к диаметру заключено в пределах и доказал этот факт. С этой целью ученый использовал различные фигуры, вписанные или описанные около круга [21, с. 111–114]. Кеплер же в качестве такой фигуры взял правильный шестиугольник.

Проблема построения *правильных вписанных четырехугольников* и *восьмиугольников* также имела важное научное и практическое значение (рис. 3).

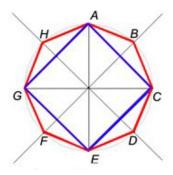


Рис. 3

Они встречаются еще в вавилонских текстах [4]. Построение квадрата осуществлялось следующим образом: проводилась окружность, а в ней — два взаимно перпендикулярных диаметра, четыре точки пересечения которых с окружностью являлись вершинами квадрата. Впоследствии все авторы строили правильные вписанные четырех- и восьмиугольники таким способом. В пифагорейской школе (VI–V вв. до н э.) наряду с уже сложившимися методами построения правильных выпуклых вписанных многоугольников с  $3 \cdot 2k$ ,  $4 \cdot 2k$  (k N) сторонами был построен и звёздчатый многоугольник (рис. 3).Ученые древнего мира придавали большое значение построению правильных пяти- и десятиугольника, начиная с пифагорейцев. Правильный пятиугольник часто встречается в природе: такую форму имеют очертания минералов, цветов, плодов, некоторых морских животных и т. д. В древности его изображению придавали мистическое значение. Знаком принадлежности к пифагорейской гетерии считали пентаграмму, образованную диагоналями пентагона (рис. 4).

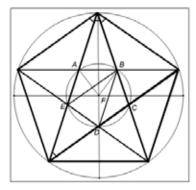


Рис. 4

Они как составные части входили в орнаменты, которые широко использовались в архитектуре, живописи, а также в произведениях мастеров-ювелиров и гончаров. В предложении 10 своей XIII книги Евклид доказал теорему о том, что квадрат стороны правильного вписанного пятиугольника равен сумме квадратов, вписанных в тот же круг правильных шести-и десятиугольника [9]. Эта и другие теоремы были вспомогательными для доказательства следующих за ними теорем о пяти видах правильных выпуклых многогранников. «Альмагеста» Птолемей начал с построения правильных пяти- и десятиугольников. Он рассмотрел окружность с центром в точке D и диаметром AC (рис. 5). Отрезок DC делил пополам и обозначал середину точкой E. В точке D восстанавливал перпендикуляр к AC, пересекающий окружность в точке B. Проводил окружность  $\omega$  (E, BE), пересекающую AD в точке F. Тогда BF = a5. Заметим, что еще в IV в. до н. э. Менелай доказал, что FD является стороной правильного вписанного десятиугольника (рис. 3). Этому факту ученый дал четкое доказательство, основанное на делении отрезка в отношении «золотого сечения». Учение о правильных многоугольниках было продолжено и систематизировано в книге IV «Начал» Евклида (365 – ок. 300 гг. до н. э.). Он поместил в ней построенные классическими средствами квадрат, правильные пяти- и шестиугольники, а также (впервые) пятнадцатиугольник. В «Началах» Евклида дано доказательство формулы удвоения числа сторон правильных вписанных многоугольников.

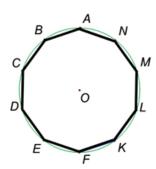
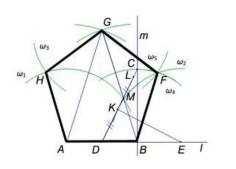


Рис. 5

Таким образом, древние греки умели строить многоугольники этих видов. История сохранила нам множество *приближенных методов* построения *правильного пятиугольника*. Так, в работе Абу-л-Вафы ал-Бузджани (940–998) предложены два способа его построения по заданной стороне a5. На прямой l откладывается отрезок AB = a5 (рис. 2) [3]. В точке B восстанавливается прямая m, перпендикулярная к l, и на ней откладывается отрезок BC = AB. Далее отрезок AB делят в точке D пополам, и из неё проводят окружность  $\omega$  (D; DC). Она пересечёт l в точке E. Затем радиусом E проводят две окружности E потольника» и считал, что к нему обращаются при многих построениях. E построенные точки пентагона. Две других E и E находятся как точки пересечения окружностей E и E находятся как точки пересечения окружностей E находятся получают искомый пентагон. Второй метод Абу-л-Вафы также предполагает, что раствор циркуля E равен E (рис. 6). Как и в первом случае, на прямой E откладывается отрезок E на нем откладывается отрезок E на нем откладывается отрезок E на ней откладывается о



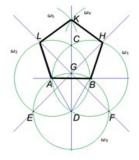


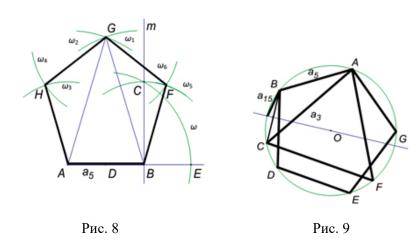
Рис. 6

Рис. 7

Затем DL точкой K делится пополам и проводится KE перпендикулярная к DL, где E — точка пересечения перпендикуляра KE с l. Из точек A и E, как из центров, проводятся окружности  $\omega 1$  (A; AB) и  $\omega 2$  (E; AB). Они пересекаются в точке M. Проводится прямая BM, и на ней откладывается отрезок MG = AB. Точки A и G соединяются отрезком. Построен «треугольник пятиугольника» AGB. Дальнейшее построение для нахождения двух остальных вершин H и F пятиугольника аналогично тому, как это выполнялось в предыдущем случае. Соединяя точки A, H, G, F, B последовательно, получают правильный пятиугольник AHGFB. Большой интерес к правильному пятиугольнику проявил A. Дюрер. B своем «Руководстве...» он дал приближенный метод его построения [4], пользуясь циркулем постоянного раствора. Для него такое построение представляло особый интерес, считая, что оно окажется полезным для художников или ремесленников, не обладающих глубокими познаниями в геометрии. Ученый выполнял его следующим образом.

Пусть AB = a5 (рис. 7). С центрами в A и B проводятся две окружности  $\omega 1$ ,  $\omega 2$  радиуса a5. Пусть точки их пересечения C и D. Проводится прямая CD и через D — дуга, пересекающая  $\omega 1$  и  $\omega 2$  в точках E и F соответственно, а прямую m — в G (заметим, что треугольник ABD — равносторонний). Затем проводится прямая EG до её пересечения с  $\omega 1$  в точке EG и прямая EG до пересечения с EG в точке EG Полученные отрезки EG и EG и EG и окружности EG и лии EG и лии EG (EG и окружности EG и лии EG и лии EG (EG и окружности EG и лии EG и лии EG (EG и окружности EG и лии EG и лии EG (EG и окружности EG и окружности EG и лии EG (EG и окружности EG и окружности EG и лии EG (EG и окружности EG и окружности EG и лии EG (EG и окружности EG и окружности EG и окружности EG и лии EG (EG и окружности EG и окружнос

пятиугольник *АLKHB* построен [42]. Заметим, что приведенное построение применялось в Германии и до Дюрера ремесленниками при выполнении строительных работ, в архитектурных сооружениях [30]. Выполнение построений циркулем постоянного раствора было удобным, так как не следовало заботиться о восстановлении его после того, как в процессе работы раствор изменился. Поэтому такие методы широко применялись в повседневной практике. Интерес к таким задачам проявляли Леонардо да Винчи (1452–1519), Дж. Кардано (1501–1576), Н. Тарталья (ок. 1499–1557), Л. Феррари (1522–1565), Г.В. Бенедетти (1530–1590), П.А. Катальди (1552–1626), Хр. Клавий (1537–1612), Галилео Галилей (1564–1642), И. Кеплер (1671–1630) и др. Все математики ссылались на построения Дюрера, предпочитая его другим, менее пригодным для практических нужд. В то же время они видели, что построение носит приближенный характер, а погрешности определяли, проводя соответствующие вычисления [9]. Предложенный Дюрером геометрический метод являлся прямым и доступным для непрофессионалов. Он вытеснил другие, более точные, но требовавшие специальной математической подготовки. В частности, его метод был изложен Г. Галилеем в лекциях по архитектуре и одном из трактатов (рис. 8, 9).



В построение циркулем и линейкой правильных многоугольников внес заметный вклад и 20-летний Карл Фридрих Гаусс (1777–1855), показав построение вписанного семнадцатиугольника. Он доказал критерий его построения классическими средствами в том и только том случае, когда число n может быть представлено в виде:  $n = 2mp1\ p2\dots ps$ , где  $m\in N0$ ,  $a\ p1,p2,\dots,ps$  — простые числа вида 22k+1, где  $k\in N0$ . В честь этого замечательного открытия памятник Гауссу в Брауншвейге стоит на семнадцатиугольном постаменте. Из этого критерия следовала принципиальная возможность построения классическими средствами правильных многоугольников при n=257 и n=65537, т. е. имеющий вид 22k+1, при k, равном трем и четырем соответственно (рис. 9).

Для их построения французскому математику Ф. Дж. Ришело (1808–1875) и немецкому ученому О. Гермесу (1826–1909) потребовалось много терпения. Их изложения занимали объем 80 страниц. В XIX в. теорию правильных многоугольников развивали А. Ф. Мёбиус (1790–1868), К. Г. С. фон Штаудт (1798–1867), К. Ф. Я. Якоби (1795–1855), Я. Штейнер (1796–1863) и др. Благодаря им было показано, что задача деления окружности на *п* равных частей решается классическими средствами тогда и только тогда, когда уравнение деления круга (окружности) решается в квадратных радикалах (рис.10).

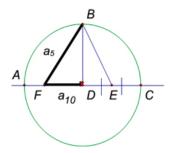


Рис. 10

Новое направление в решение геометрических задач с помощью циркуля и линейки внесли Георг Мор (1640–1697), которого называли «датским Евклидом», и итальянский геометр Лоренцо Маскерони (1750–1800).

Независимо друг от друга они пришли к следующему выводу: всякая геометрическая задача на построение фигуры, состоящей из конечного числа точек, разрешимая циркулем и линейкой, может быть решена *только циркулем*. Вслед за ними французский математик и инженер Ж.В. Понселе (1788–1867) и швейцарский геометр Я. Штейнер доказали, что в условиях предыдущей проблемы задача, решаемая классическими средствами, может быть решена *одной линейкой*, если на плоскости построена какая-либо окружность с отмеченным ее центром.

Заключение. Таким образом, на основе полученных результатов можно сформулировать следующие выволы.

- 1. Гуманитаризация математического образования, являясь следствием нового подхода к образованию, призвана создать условия для формирования и раскрытия творческого потенциала каждой личности. Ее смысл состоит в приобщении математического образования к творческой деятельности ученика, вооружения его методами научного познания.
- 2. Существует множество методов построений правильных многоугольников, что представляет повышенную трудность для учащихся (студентов).
- 3. Изучение курса «Методы построения геометрических фигур классическими средствами» является важным компонентом развития личности будущего учителя математики. При изучении данного материала у студентов сформируется целостное представление о состоянии методов построения геометрических фигур, что в дальнейшем пригодится в их профессиональной деятельности.
- 4. Задачи построения правильных вписанных и описанных многоугольников могут пригодиться в профессиональной деятельности выпускников в сфере кибернетики, аэронавтики, астрономии, космонавтики и других.

В рамках Национальной системы сертификации Государственным центром тестирования при Кабинете Министров Республики Узбекистан должна проводиться в установленном порядке оценка уровня знаний по математике и выдача в соответствии с ней национального квалификационного сертификата.

Оценка уровня знаний по математике осуществляется в дифференцированном порядке; абитуриент, получивший национальный сертификат уровня, предоставляющего льготу при поступлении в высшее образовательное учреждение, освобождается от сдачи тестовых испытаний по математике с присуждением максимального балла по данному предмету.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Мирзиёев Ш. М. Критический анализ, жесткая дистсиплина и персональная ответственность должны стать повседневной нормой в деятельности каждого руководителя. Ташкент: Узбекистан, 2017. 104 с.
- 2. Стратегия действий по приоритетным направлениям развития Республики Узбекистан на 2017—2021 годы. Приложение к Указу Президента Республики Узбекистан от 07.02.2017 № УП-4947.
- 3. О мерах по повышению качества образования и развитию исследований в области математики: Постановление Президента Республики Узбекистан № ПП-4708 от 07.05.2020 г.
- 4. Абу-л-Вафа ал-Бузджани. Книга о том, что необходимо знать ремесленнику из геометрических построений // Физико-математические науки в странах Востока». Москва, 1966. С. 56–140.
- 5. Алешкова Т. Н. Гуманитаризация общего математического образования // Математические структуры и моделирование. 2000. № 1. С. 155–161.
- 6. Белый Ю. А. Иоганн Мюллер (Региомонтан), 1436–1476. Москва: Наука, 1985. 128 с.
- 7. Ван дер Варден. Пробуждающаяся наука. Москва: Физматгиз, 1959. 460 с.
- 8. Математика. 5 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. 24-е изд. Москва: Мнемозина, 2008. 280 с.
- 9. Математика. 6 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. 30-е изд. Москва: Мнемозина, 2013. 288 с.
- 10. Витрувий. Десять книг об архитектуре. Москва: Изд-во Акад. архитектуры, 1936. 69 с.
- 11. Гегель Г.В. Ф. Энциклопедия философских наук. В 3 т. Т. 1. Наука логики. Москва: Мысль, 1975. 405 с.
- 12. Гуманитарная направленность общеобразовательного курса математики. К концепции школьного математического образования // Математика в школе. 1989. №2. С. 20–30.
- 13. Далингер В. А. Совершенствование процесса обучения математике на 72 основе целенаправленной реализации внутрипредметных связей. Омск: Изд-во ОмИПКРО, 1993. 323 с.
- 14. Дорофеев Г.В., Петерсон Л.Г. Математика. 6 класс. Часть 1. Изд. 2-е, перераб. Москва: Ювента, 2010. 112 с.
- 15. Дорофеев Г.В. О принципах отбора содержания школьного математического образования // Математика в школе. 1990. № 6. С. 2–5.

- 16. Евклид. Начала. Кн. 1–6. Москва: Гостехлитиздат, 1950.
- 17. Зинченко В. П. Психологические основы педагогики. М.:Гардарики, 2002–432 с.
- 18. Зинченко В. П. Психологическая педагогика: материалы к курсу лекций. Ч. 1. Живое знание. Самара: Изд-во СГПУ, 1998. С. 168–169.
- 19. Иванова Т. А. Гуманитаризация общего математического образования. Новгород: Изд-во НГПУ, 1998. 308 с.
- 20. Касьян А. А. Гуманитаризация образования: некоторые теоретические предпосылки // Педагогика. 1998. №2. С. 15–37.
- 21. Кеплер И. О шестиугольных снежинках. Москва: Наука, 1982. 192 с.
- 22. Кеплер И. Новая стереометрия винных бочек. Москва; Ленинград: Гостехтеориздат, 1935. 360 с.
- 23. Кравец А.С. Размышления о преподавании философии // Вестник ВГУ. Серия 1 (гуманитарные науки) Воронеж, 1996, N1.
- 24. Леднев В. С. Содержание образования: сущность, структура, перспективы. Москва: Высшая шк., 1991. 224 с.
- 25. Малых А.Е., Маленьких Е.М. Из истории конструктивной геометрии и её приложений // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. 2016. Вып. 18. С. 38–44.
- 26. Малых А.Е., Маленьких Е.М. Курс по выбору «О решении задач конструктивной геометрии» // Преподавание математики, физики, информатики в вузах и школах: проблемы содержания, технологии и методики: материалы V Всерос. науч.-практ. конф. Глазов, 18–19 дек. 2015 г. Глазов, 2015. С. 83–89.
- 27. Малых А.Е., Маленьких Е.М. Курс по выбору «О формировании методов решения некоторых задач конструктивной геометрии» // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. 2015. Вып. 17. С. 273–279.
- 28. Малых А.Е., Маленьких Е.М. О развитии некоторых направлений конструктивной геометрии // Вестник Пермского университета. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2015. Вып. 1. С. 102–108.
- 29. Малых А.Е., Маленьких Е.М. Построение правильных многоугольников по заданным длинам их сторон // Фундаментальные и прикладные проблемы математики, механики, информатики 2015. Пермь, 2015. С. 25–29.
- 30. Марков А.П. Кризис идентичности и ресурсы гуманитарного образования // Педагогика. 2001. №7. С. 28–41.
- 31. Матвиевская Г. П. Альбрехт Дюрер учёный. 1471–1528. Москва: Наука, 1987. 240 с.
- 32. Пидоу Д. Геометрия и искусство. Москва: Мир, 1979. 332 с.
- 33. Платонов К. К. Структура и развитие личности. Москва: Наука, 1986. 256 с.
- 34. Российская педагогическая энциклопедия. Т. 1 / гл. ред. В. Г. Панов. Москва Большая Рос. энцикл., 1993. 607 р.
- 35. Саранцев Г.И. Гуманитаризация и гуманизация школьного математического образования // Педагогика. 1999. № 4. С. 39–45.
- 36. Сенько Ю. В. Гуманитарные основы педагогического образования. Москва: Академия, 2000. 240 с.
- 37. Сенько Ю.В. Педагогический процесс как гуманитарный феномен // Педагогика. 2002. №1. С. 14–15.
- 38. Даль В.И.// Большая российская энциклопедия. Электронная версия (2016). М., 2016. Т. 32. С. 237–238.
- 39. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по направлению подготовки 010100 Математика (квалификация (степень) «бакалавр») (утв. приказом Министерства образования и науки РФ от 13 января 2010 г. №8.
- 40. Фрибус Е. А. О построении правильных многоугольников в геометрическом трактате А. Дюрера // Учёные записки Московского областного педагогического института. Москва, 1967. Вып. 185. С. 112–118.
- 41. Хомутцов С. В. Духовность и духовные традиции. Барнаул: Изд-во Алтайского ун-та, 2004. 180 с.
- 42. Чурилов И.И. Гуманитарный потенциал математики // Гуманитаризация естественно-математического образования. В помощь учителям. Пермь: ЗУУНЦ, 1997. 16 с.
- 43. Шахмаев Н. М. Технические средства дистанционного обучения. Москва: Знание, 2000. 276 с.
- 44. Pacioli L. Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita. Venecia, 1494. 300 sh.
- 45. Reichenspreger A. Die christlich-germanische Baukunst und ihr Verhältnis zur Gegenwarst. Trier, 1845. 126 S.
- 46. Steck M. Dürers Gestaltlehre der Mathematik und der Bildenden Künste. Halle (Saale), 1948. XVI, 173 S.
- 47. Dürer A. The painter's manual by Albrecht Dürer for the use of all lovers of art with appropriate illustrations arranged to be printed in the year MDXXV. New York, 1977. 472 p.
- 48. Folkert M. Boethius «Geometrie II», ein mathematisches Lehrhuch des Mittelalters. Wiesbaden, 1970. 253 S.
- 49. PISA 2009. Assessing frameworks: key compatencies in reading, mathematics and science. [S. 1.]: OEDC, 2009. 292 p.

#### REFERENCES

- 1. Mirziyoev Sh. M. *Critical analysis, rigid discipline and personal responsibility should become the everyday norm in the activities of each leader.* Tashkent, Uzbekistan, 2017, 104 p. (In Russ.)
- 2. Strategy of actions on priority directions of development of the Republic of Uzbekistan for 2017–2021. Appendix to the Decree of the President of the Republic of Uzbekistan dated 07.02.2017 No. UP-4947.
- 3. On measures to improve the quality of education and the development of research in the field of mathematics: Resolution of the President of the Republic of Uzbekistan No. PP-4708 dated 07.05.2020.4. Abu l-Wafa al-Buzjani. A book about what craftsman need to know from geometric constructions. *Physics and mathematics in the East.* Moscow, Nauka, 1966, pp. 56–140. (In Russ.)
- 5. Aleshkova T.N. The humanization of general mathematical education. *Mathematical Structures and Modeling*, 2000, no. 1, pp. 155–161. (In Russ.)
- 6. Belui Yu. A. *Johann Muller (Regiomontan)*. Moscow, Nauka, 1985. 128 p. (In Russ.)
- 7. Van der Waerden. Awakening science. Moscow, Fizmatgiz, 1962, 460 p. (In Russ.)
- 8. Vilenkin N. Ya., Zhokhov V. I., Chesnokov A. S., Schwarzburd S. I. *Mathematics. Grade 5: a textbook for secondary schools.* 24<sup>th</sup> ed. Moscow, Mnemozina, 2008, 280 p. (In Russ.)
- 9. Vilenkin N. Ya., Zhokhov V. I., Chesnokov A. S., Schwarzburd S. I. *Mathematics. Grade 6: a textbook for secondary schools.* 30<sup>th</sup> ed. Moscow, Mnemozina, 2013, 288 p. (In Russ.)
- 10. Vitruvius. Ten books on architecture. Moscow, Acad. of Architecture Publ. House, 1936, 69 p. (In Russ.)
- 11. Hegel G.V. F. Encyclopedia of philosophy. Vol. 1. Science of logic. Moscow, Mysl', 1975, 405 p. (In Russ.)
- 12. The humanitarian focus of the general education course on mathematics. To the concept of school mathematical education. *Math at school*, 1989, no. 2, pp. 20–30. (In Russ.)
- 13. Dalinger V.A. *Improving the process of teaching mathematics based on 72 targeted implementation of intra-subject relations*. Omsk, OmIPKRO, 1993, 323 p. (In Russ.)
- 14. Dorofeev G. V., Peterson L. G. *Mathematics*. *Grade 6*. *Part* 1. 2<sup>nd</sup> ed. Moscow, Juventa, 2010, 112 p. (In Russ.)
- 15. Dorofeev G. V. On the principles of selecting school content of mathematical education. *Math at school*, 1990, no. 6, pp. 2–5. (In Russ.)
- 16. Euclid. Beginnings. Book 1–6. Moscow, Gostekhlitizdat, 1950.
- 17. Zinchenko V. P. Psychological foundations of pedagogy. M.: Gardariki, 2002–432 p.
- 18. Zinchenko V. P. *Psychological pedagogy: course materials lectures. Part 1. Living knowledge.* Samara, 1998, pp. 168–169. (In Russ.)
- 19. Ivanova T.A. *The humanization of general mathematical education*. Novgorod, NGPU Publ. House, 1998, 308 p. (In Russ.)
- 20. Kasyan A.A. Humanitarian education: some theoretical background. *Pedagogy*, 1998, no. 2, pp. 15–37. (In Russ.)
- 21. Kepler J. On hexagonal snowflakes. Moscow, Science, 1982. 192 p. (In Russ.)
- 22. Kepler J. New stereometry of wine barrels. Moscow, Leningrad, Gostekhtheorizdat, 1935, 360 p. (In Russ.)
- 23. Kravets A. S. Reflections on teaching philosophy // Vestnik VSU. Series 1 (humanities) Voronezh, 1996, N 1.
- 24. Lednev V.S. Content of education: essence, structure, prospects. Moscow, Higher School, 1991, 224 p. (In Russ.)
- 25. Malykh A. E., Malen'kikh E. M. From the history of constructive geometry and its applications. *Mathematical Bulletin of Pedagogical Universities and universities of Volga-Vyatka Region*, 2016, iss. 18, pp. 38–44. (In Russ.)
- 26. Malykh A.E., Malen'kikh E.M. Optional course «On solving problems of constructive geometry». Teaching mathematics, physics, computer science in universities and schools: problems of content, technology and methods: proc. of V All-Russ. sci.-pract. conf. Glazov, 18–19 Dec. 2015. Glazov, 2015, pp. 83–89. (In Russ.)
- 27. Malykh A. E., Malen'kikh E. M. Optional course «On the formation of methods for solving some problems of constructive geometry». *Mathematical Bulletin of Pedagogical Universities and Universities of Volga-Vyatka Region*, 2015, iss. 17, pp. 273–279. (In Russ.)
- 28. Malykh A.E., Malen kikh E.M. On the development of some directions of constructive geometry. *Bulletin of Perm University. Series: Mathematics. Mechanics. Computer Science*, 2015, iss. 1, pp. 102–108. (In Russ.)
- 29. Malykh A. E., Malen'kikh E. M Constructing regular polygons given the lengths of their sides. Fundamental and applied problems of mathematics, mechanics, computer science 2015. Perm, 2015, pp. 25–29. (In Russ.)
- 30. Markov A. P. Identity crisis and humanitarian resources education. *Pedagogy*, 2001, no. 7, pp. 28–41. (In Russ.)

#### Профессиональное образование в современном мире. 2020. Т. 10, №4

Professional education in the modern world, 2020, vol. 10, no. 4

- 31. Matvievskaya G. P. Albrecht Durer is a scientist. 1471–1528. Moscow, Nauka, 1987, 240 p. (In Russ.)
- 32. Pidow D. Geometry and art. Moscow, Mir, 1979, 332 p. (In Russ.)
- 33. Platonov K. K. The person structure and development. Moscow, Nauka, 1986, 256 p. (In Russ.)
- 34. Panov V.G. (ed.) *Russian pedagogical encyclopedia*. Vol. 1. Moscow, Great Russ. Encycl., 1993, 607 p. (In Russ.)
- 35. Sarantsev G. I. Humanitarization and humanization of school mathematical education. *Pedagogy*, 1999, no. 4, pp. 39–45. (In Russ.)
- 36. Senko Yu. V. Humanitarian foundations of teacher education. Moscow, Academy, 2000, 240 p. (In Russ.)
- 37. Senko Yu. V. The pedagogical process as a humanitarian phenomenon. *Pedagogy*, 2002, no. 1, pp. 14–15. (In Russ.)
- 38. Dal V. I.// Big Russian Encyclopedia. Electronic version (2016). M., 2016. T. 32. S. 237–238.
- 39. Federal state educational standard of higher vocational education in the direction of training Mathematics (qualification (degree) «Bachelor») (approved by order of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation dated January 13, 2010 no. 8.
- 40. Fribus E.A. On constructing regular polygons in geometric treatise by A. Durer. *Scientific notes of the Moscow Regional Pedagogical Institute*. Moscow, 1967, iss. 185, pp. 112–118. (In Russ.)
- 41. Khomuttsov S. V. Spirituality and spiritual traditions. Barnaul, Altai Univ. Publ. House, 2004, 180 p. (In Russ.)
- 42. Churilov I.I. *The humanitarian potential of mathematics. Humanitarization of natural-mathematical education. To help teachers.* Perm, ZUUNZ, 1997, 16 p. (In Russ.)
- 43. Shakhmaev N.M. *Technical tools of distance training*. Moscow, Knowledge, 2000, 276 p. (In Russ.)
- 44. Pacioli L. Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita. Venecia, 1494, 300 sh.
- 45. Reichenspreger A. Die christlich-germanische Baukunst und ihr Verhältnis zur Gegenwarst. Trier, 1845, 126 S.
- 46. Steck M. Dürers Gestaltlehre der Mathematik und der Bildenden Künste. Halle (Saale), 1948, XVI, 173 S.
- 47. Dürer A. The painter's manual by Albrecht Dürer for the use of all lovers of art with appropriate illustrations arranged to be printed in the year MDXXV. New York, 1977, 472 p.
- 48. Folkert M. Boethius «Geometrie II», ein mathematisches Lehrhuch des Mittelalters. Wiesbaden, 1970, 253 S.
- 49. PISA 2009. Assessing frameworks: key compatencies in reading, mathematics and science. [S. l.]: OEDC, 2009. 292 p.

## Информация об авторе

Джумаев Маманазар Иргашевич – кандидат педагогических наук, профессор, профессор, кафедры методики начального образования Ташкентского государственного педагогического университет им. Низами (Узбекистан, Ташкент, Массив Инб-Сино-1, 1–69. Бунёдкор, 27, e-mail: mamanazaruz@bk.ru).

Статья поступила в редакцию 02.07.20

После доработки 06.11.20

Принята к публикации 09.11.20

#### Information about the author

**Mamanazar I. Jumayev** – Candidate of Pedagogical Sciences, Professor, Department of Primary Education Methodology, Nizami Tashkent State Teachers' University (27 Bunyodkor Str., 15–69 Ibn-Sino-1 microdistrict, Tashkent, 100068, Uzbekistan, e-mail: mamanazaruz@bk.ru).

The paper was submitted 02.07.20

Received after reworking 06.11.20

Accepted for publication 09.11.20